

基于盲数理论的边坡安全稳定分析研究

赵志峰, 徐卫亚

(河海大学 岩土工程研究所, 南京 210098)

摘要: 岩土工程中的各种信息普遍存在着随机性、模糊性、灰性及未确知性等不确定性, 由于实际情况的复杂和试验资料的不足, 计算参数往往是多种不确定性的混合体。针对这一特点, 利用盲数来表达计算参数的不确定性, 将盲信息的数学理论引入到边坡稳定的刚体极限平衡计算方法中, 提出了一种安全系数计算的新方法。运用盲数运算法则计算出安全系数在不同的取值区间内的可信度, 从而为判断边坡的稳定状态提供了更全面的依据, 克服了传统方法描述过于绝对化的问题。实例研究表明, 盲数在边坡稳定分析中能更好地考虑参数的不确定性情况, 得到的结果更可靠, 有较好的实用价值。

关键词: 不确定性; 盲数; 边坡稳定; 安全系数

中图分类号: TU 47

文献标识码: A

Slope stability analysis based on the blind data theory

ZHAO Zhi-feng, XU Wei-ya

(Institute of Geotechnical Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: Uncertainty information such as random, fuzzy, gray, unsure message widely exists in the geotechnical engineering. Due to the complexity of the practical situation and deficiency of experiment data, calculation parameters are usually the mixture of multi uncertainty. Against this character, using the blind data to express the uncertainty of the calculation parameters, the theory of blind information is applied to the rigid limiting equilibrium method for slope stability; and a new method of computing safety factor is put forward. The corresponding confidence level of safety factor in different numerical value intervals is computed by use of blind data algorithms; consequently the more comprehensive result is provided to judge the stability state of slope, overcoming the defect of absolutely definitive description in the traditional methods. The case study indicates that the blind data can consider the practical situation better in the slope stability analysis; and the result is more detailed and reliable, having good practical values.

Key words: uncertainty; blind data; slope stability; safety factor

1 前言

岩土工程中存在着众多的不确定性因素, 力学分析所涉及到的岩土体的物理力学参数, 如凝聚力、摩擦角、重度等指标往往不是一个确定值, 属于不确定性信息。在以往的边坡工程的分析中, 大多是按照经验, 而对计算参数的未确知性加以忽略, 将不确定性问题作为确定性问题考虑。

边坡工程中的不确定性信息包括了随机信息、模糊信息、灰信息等不确定性信息, 相应的表达处理工具为概率统计、模糊数学、灰色数学等。如何全面考虑这些不确定性信息, 提高计算的可靠性成为工程技术人员关心的问题, 为此, 许多研究者进

行了大量地探索, 邓聚龙于 20 世纪 80 年代初提出了灰色系统理论。王光远在长期从事建筑工程理论研究中发现了不同于随机性、模糊性和灰性的另一种特性——未确知性, 并于 90 年代提出了“未确知数学”的概念。李朝甫等^[1]将灰色系统理论用于滑坡位移分析中的应用。徐卫亚等^[2]将模糊集理论应用到边坡稳定分析常用的极限平衡方法中, 建立了稳定性分析的模糊计算方法。周建普等^[3]把边坡定值分析法与可靠性方法结合, 考虑土性参数的变异性和不确定性。

但是, 由于实际情况的限制和地质条件的复杂性而使得很难对岩土体进行大量、准确的试验, 从而难以得到参数的准确值或概率分布, 因此, 在使

用模糊数学等方法的过程中难以确定参数值合理的隶属函数,给求解带来了不便。灰色理论中多采用区间型灰数来表达部分已知、部分未知的灰信息,但区间型灰数多是定义在一个区间内,且在补充信息较少的情况下灰数的白化相当困难。同理,在使用可靠性分析方法时,也需要用大量的资料来确定参数的变异性和不确定性。考虑到以上问题,以及边坡工程中参数的不确定性往往不是单一的,是多种不确定性(如模糊性和灰性)的混合体,因此采用了一种新的数学方法来表达信息的不确定性,这种含有随机性、模糊性、灰性及未确知性两种或两种以上不确定性的信息称为盲信息^[4],能更好地反映客观因素的不确定性,而盲数则是处理和表达盲信息的数学工具。

本文基于边坡安全分析中经常使用的刚体极限平衡方法,将盲数理论运用到计算中,并建立了新的计算方法。

2 盲数

2.1 盲数的定义^[4]

设 $a_i \in g(I)$, $\alpha_i \in [0, 1]$ ($i=1, 2, \dots, n$) $f(x)$ 为定义在 $g(I)$ 上的灰函数,且

$$f(x) = \begin{cases} \alpha_i, & x = a_i (i=1, 2, \dots, n) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1)$$

当 $i \neq j$ 时, $a_i \neq a_j$, 且 $\sum_{i=1}^n \alpha_i = \alpha \leq 1$, 则称函数

$f(x)$ 为一个盲数,称为 α_i 为 $f(x)$ 的 a_i 值的可信度, α 为 $f(x)$ 的总可信度, n 为 $f(x)$ 的阶数。

2.2 盲数的运算法则

设 $*$ 表示 $g(I)$ 中的一种运算,可以是 $+$, $-$, $\times$, $\div$ 中的任何一种。设盲数 A 、 B 为

$$\left. \begin{aligned} A = f(x) &= \begin{cases} \alpha_i, & x = x_i (i=1, 2, \dots, m) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \\ B = g(y) &= \begin{cases} \beta_j, & y = y_j (j=1, 2, \dots, n) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

表 1 为盲数 A 关于 B 的可能值带边*矩阵;
 $x_1, x_2, \dots, x_m$ 和 $y_1, y_2, \dots, y_n$ 分别为 A 与 B 的可能值序列。互相垂直的两条直线叫纵轴和横轴。第一象限元素构成的 $m \times n$ 阶矩阵叫做 A 关于 B 在 $*$ 运算下的可能值*矩阵,简称可能值*矩阵。

表 2 为 A 关于 B 的可信度带边积矩阵,其中 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 和 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ 分别为 A 和 B 的可信度序列。互相垂直的两条直线叫纵轴和横轴。第一象限元素构成的 $m \times n$ 阶矩阵叫做 A 关于 B 的可信度积矩阵,简称可信度积矩阵。

表 1 A 关于 B 的可能值*矩阵
Table 1 Matrix of A and B for probability

*	y_1	$\dots$	y_j	$\dots$	y_n
x_1	$x_1 * y_1$	$\dots$	$x_1 * y_j$	$\dots$	$x_1 * y_n$
$\vdots$	$\vdots$	$\dots$	$\vdots$	$\dots$	$\vdots$
x_i	$x_i * y_1$	$\dots$	$x_i * y_j$	$\dots$	$x_i * y_n$
$\vdots$	$\vdots$	$\dots$	$\vdots$	$\dots$	$\vdots$
x_m	$x_m * y_1$	$\dots$	$x_m * y_j$	$\dots$	$x_m * y_n$

表 2 A 关于 B 的可信度带边积矩阵
Table 2 Product matrix of A and B for reliability

$\cdot$	β_1	$\dots$	β_j	$\dots$	β_n
α_1	$\alpha_1 \cdot \beta_1$	$\dots$	$\alpha_1 \cdot \beta_j$	$\dots$	$\alpha_1 \cdot \beta_n$
$\vdots$	$\vdots$	$\dots$	$\vdots$	$\dots$	$\vdots$
α_i	$\alpha_i \cdot \beta_1$	$\dots$	$\alpha_i \cdot \beta_j$	$\dots$	$\alpha_i \cdot \beta_n$
$\vdots$	$\vdots$	$\dots$	$\vdots$	$\dots$	$\vdots$
α_m	$\alpha_m \cdot \beta_1$	$\dots$	$\alpha_m \cdot \beta_j$	$\dots$	$\alpha_m \cdot \beta_n$

A 关于 B 的可能值*矩阵与可信度积矩阵中元素 a_{ij}, b_{ij} ($i=1, 2, \dots, n$) 叫做相应元素,其所在的位置称为相应位置。

A 关于 B 的可能值*矩阵中元素,按相同的排成一列: $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_k$ 。将可信度积矩阵中相对应的 S_i 个位置上的元素之和记为 $\bar{r}_i$, 可得序列: $\bar{r}_1, \bar{r}_2, \dots, \bar{r}_k$ 。令

$$\varphi(x) = \begin{cases} \bar{r}_i, & x = \bar{x}_i \quad (i=1, 2, \dots, k) \\ 0, & \text{其他} \end{cases}, \text{称 } \varphi(x) \text{ 为盲}$$

数 A 与 B 之*, 记作

$$A * B = f(x) = g(y) = \begin{cases} \bar{r}_i, & x = \bar{x}_i \quad (i=1, 2, \dots, k) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (3)$$

当*分别代表 $+$, $-$, $\times$, $\div$ 时,则分别代表 $A+B$, $A-B$, $A \times B$, $A \div B$ 。

2.3 盲数的可信度

设 A 、 B 为式 (1) 定义的盲数,则 $P(A * B \geq r)$ 为运算 $A * B$ 大于 r 的可信度,其中 r 为按实际问题要求确定的已知实数。

$$P(A * B \geq r) = \sum_{x_i * y_j \geq r} f(x_i)g(y_j) \quad (4)$$

3 边坡稳定性分析的不确定模型

根据国内外的众多研究成果,对于土质或节理化的岩质边坡,其变形破坏模式可按圆弧形破坏考虑^[5]。假定岩土体在统计意义上具有各向同性的性质,为了便于盲数的计算,安全系数采用简单条分法^[6]进行计算,公式如下:

$$F_s = \frac{\sum_{i=1}^N (c_i l_i + \gamma_i b_i h_i \cos \alpha'_i \tan \varphi_i)}{\sum_{i=1}^N \gamma_i b_i h_i \sin \alpha'_i} \quad (5)$$

式中： F_s 为边坡的安全系数； N 为条分数目； c_i 为第 i 条块的岩土体黏聚力； l_i 为第 i 条块底边长度； γ_i 为第 i 条块的重度； b_i 、 h_i 分别为第 i 条块的宽度和高度； α'_i 为第 i 条块滑动面法线与竖直线的夹角； φ_i 为第 i 条块岩土体的内摩擦角。

在上述计算公式中，由于获取参数信息时受到众多因素的影响以及岩土体本身构成复杂的原因，从而使力学参数具有强烈的不确定性，所以可以借助盲数这个数学工具来描述参数的不确定性，研究边坡的安全稳定性。考虑边坡岩土体的重度 γ_i ，黏聚力 c_i ，内摩擦角 φ_i 为盲数，那么，由计算所得的安全系数 F_s 也为盲数。将盲数的运算法则引入到式 (5) 中得到：

$$F_s = \left\{ \sum_{i=1}^N \left(\tilde{c}_i l_i (+) \tilde{\gamma}_i (\cdot) \tilde{f}_i b_i h_i \cos \alpha'_i \right) \right\} (\div) \left[\sum_{i=1}^N \tilde{\gamma}_i b_i h_i \sin \alpha'_i \right] \quad (6)$$

式中 (+), ($\times$), ($\div$) 分别代表盲数的加法、乘法和除法。

在求出安全系数 F_s 的盲数表达式后，就可以根据式 (4) 来求出安全系数低于某个给定值 F_0 。

4 实例研究

研究对象为在建的某水电站的一个实际边坡工程，计算简图如图 1 所示，可以看出，待研究边坡主要由 3 种材料组成，分别为 B20 崩滑堆积体、弱上风化岩体和弱下风化岩体，其物理力学参数建议值见表 3。由表可见，弱上和弱下岩体的物理力学参数较高，而 B20 崩滑堆积体的参数相对较弱。综合边坡的地貌情况，不难判断出可能的滑动应该发生在 B20 崩滑堆积体中，经过多次试算和工程单位的现场观测也证实了这一点，但 B20 崩滑堆积体的体积较大，风化程度严重，材料性质差别很大，且分布不均匀。从现场取样的试验结果来看，堆积体的重度都在 $22 \sim 24 \text{ kN/m}^3$ 之间，但是抗剪强度差别较大。大部分堆积体的抗剪强度指标为： c' 在 $30 \sim 50 \text{ kPa}$ 之间， f' 在 $0.60 \sim 0.75$ 之间。在 B20 崩滑堆积体中还分布着相当面积的抗剪强度更弱的部分 (表 3 的第 5 行)，对边坡的稳定性分析中不可忽略。通过刚体极限平衡试算，当选用强度较低的崩滑体参数时，边坡的安全系数为 1.13 左右，而当选用强度较高的崩滑体参数时，边坡的安全系数为

1.43 左右，但滑弧的形状基本不变 (图 2)。由此可见，崩滑体选用不同的参数时，边坡的安全系数相差较大，这就给工程技术人员判断边坡的安全稳定带来了一定的困难。

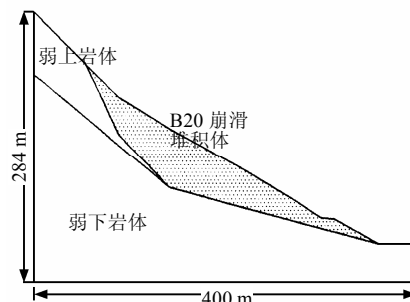


图 1 边坡计算示意图

Fig.1 Sketch of slope for computation

表 3 边坡岩体物理力学参数建议值

Table 3 Suggest value of mechanics parameters of slope rock mass

岩体类型	重度 / $\text{kN} \cdot \text{m}^{-3}$	摩擦系数 f'	凝聚力 c' / kPa
弱上岩体	25~27	0.75~0.90	200~300
弱下岩体	26~28	1.00~1.20	300~500
B20 崩滑堆积体	22~24	0.45~0.55	30~50
B20 崩滑堆积体	22~24	0.60~0.75	0~10

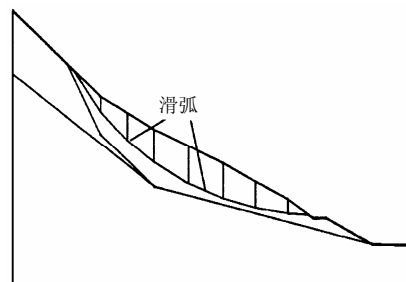


图 2 滑弧计算示意图

Fig.2 Sketch of slide computation of slope

由于物理性质较差的部分堆积体在整个崩滑堆积体内的分布不均，处于不确知的状态，而现场取样的试验资料比较有限，所以根据现场情况采用盲数来对整个 B20 崩滑堆积体的物理力学参数进行描述，再采用式 (6) 计算，可以得出安全系数 F_s 的盲数形式，从而为边坡稳定性的判别提供更为全面可靠的依据。

$$\tilde{c}' = \left\{ \begin{array}{l} 0.7, [30 \sim 50] \\ 0.3, [0 \sim 10] \end{array} \right\} \quad (7)$$

$$\tilde{f}' = \left\{ \begin{array}{l} 0.7, [0.45 \sim 0.55] \\ 0.3, [0.60 \sim 0.75] \end{array} \right\}$$

即为 B20 崩滑堆积体的抗剪强度的盲数表达式。其数学意义为: 抗剪强度 c' 在区间 $[30 \sim 50]$ kPa 内取值的可能性为 0.7, 在区间 $[0 \sim 10]$ kPa 内取值的可能性为 0.3; f' 在区间 $[0.45 \sim 0.55]$ 内取值的可能性为 0.7, 在区间 $[0.60 \sim 0.75]$ 内取值的可能性为 0.3, 其中 0.7 和 0.3 是工程人员根据实际地质情况确定的两种材料在崩滑体内大致的分布概率。将式 (7) 代入式 (6) 计算, 其中重度 γ_i (kN/m³) 的取值区间为 $[22 \sim 24]$, 计算采用图 2 所示的计算滑弧。

在计算中要注意, 在盲数的四则运算中, 会造成可能值矩阵区间数目的扩张。例如, 形如式 (7) 的两个盲数(可能值区间为 2)进行一次相加或相乘, 得到的新盲数的可能值矩阵区间为 $2 \times 2 = 4$ (个); 将可能值区间均为 4 的两个盲数再进行一次运算, 得到的新盲数的可能值矩阵区间为 $4 \times 4 = 16$ (个)……, 而过多的增加可能值区间的数量不仅会增加计算量, 而且对于计算结果的意义也不大, 所以在使用式 (6) 计算边坡安全系数时, 要在每计算一步后将可能值区间进行适当的合并, 相应的可信度矩阵的数值也要随之调整, 以防止解区间数目的无意义的扩张。

经过计算, 最后得到安全系数的盲数表达式:

$$F_s = \begin{cases} 0.19, [0.87 \sim 1.13] \\ 0.10, [1.14 \sim 1.22] \\ 0.43, [1.23 \sim 1.51] \\ 0.19, [1.52 \sim 1.65] \\ 0.09, [1.66 \sim 1.90] \end{cases} \quad (8)$$

由式 (8) 可知, 边坡安全系数 F_s 在 $0.87 \sim 1.13$ 内取值的可能性为 0.19; 在 $1.13 \sim 1.22$ 内取值的可能性为 0.10; 在 $1.22 \sim 1.51$ 内取值的可能性为 0.43; 在 $1.51 \sim 1.65$ 内取值的可能性为 0.19; 在 $1.65 \sim 1.90$ 内取值的可能性为 0.09, 可见安全系数在 1.22 以下的可能性为 0.29, 边坡存在一定的风险, 这样安全系数的表达式就比较全面地反映了在各个不同的取值区间的可能性, 避免了由于参数取值单一而造成的计算安全系数时的偏差, 从而能更全面地判断边坡的安全稳定状态。

根据此边坡工程的重要性等级, 综合其他工程对一级边坡的安全系数取值和实际情况, 此边坡的允许安全系数可以取为 1.30。采用式 (4) 可以计算出 F_s 小于 1.30 的概率为 $P(F_s > 1.30) = 0.19 + 0.10 + \frac{1.30 - 1.23}{1.51 - 1.23} \times 0.43 = 0.398 = 39.8\%$ 。由此可知, 此边坡安全系数低于 1.3 的可能性将近 40%, 应该引起

设计施工单位的密切注意。

5 结 论

(1) 由于实际边坡工程中参数的不确定性和试验资料的有限, 采用盲数来描述边坡刚体极限平衡分析方法中的不确定性的计算参数, 并提出计算安全系数的方法。这种方法的优点是可以充分考虑分析中所涉及的计算参数的不确定性, 得到安全系数的盲数表达形式。

(2) 与以往的确定性分析方法相比, 盲数可以实现将评判标准(安全系数)可能的各种情况用可信度表示, 对影响因素考虑周全, 从而得到更为全面的结果, 给安全稳定评判提供了更加充分的依据。

(3) 在运用盲数计算边坡安全系数的过程中, 力学参数取值区间和条分数越多, 进行运算所得的可能值区间就越多, 计算量就越大。而过多、过密的取值区间对结果是毫无意义的。因此, 在计算中应尽可能的根据现场的实际情况来确定参数的盲数表达形式和极限平衡计算中的条分数目, 并在运算中注意区间的合并, 使计算结果的表达清晰明了。

参 考 文 献

- [1] 李朝甫, 徐迎, 谭跃虎, 等. 灰色系统理论在滑坡位移分析中的应用[J]. 系统工程理论与实践, 2002, (2): 129—132. LI Chao-fu, XU Ying, TAN Yue-hu, et al. Application of grey system theory to analyzing displacement information of slide[J]. *Systems Engineering Theory & Practice*, 2002, (2): 129—132.
- [2] 徐卫亚, 蒋中明, 石安池. 基于模糊集理论的边坡稳定性分析[J]. 岩土工程学报, 2003, 25(4): 409—413. XU Wei-ya, JIANG Zhong-ming, SHI An-chi. Slope stability analysis using Fuzzy sets theory[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2003, 25(4): 409—413.
- [3] 周建普, 李献民, 王永和. 黏土边坡可靠性分析方法研究[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2002, 29(5): 92—97. ZHOU Jian-pu, LI Xian-min, WANG Yong-he. Research for method of reliability analysis for clayey soil slope[J]. *Journal of Hunan University(Natural Sciences Edition)*, 2002, 29(5): 92—97.
- [4] 刘开弟, 吴和琴, 庞彦军, 等. 不确定性信息数学处理及应用[M]. 北京: 科学出版社, 1999.
- [5] 李文秀. 岩石力学中的 Fuzzy 数学方法[J]. 力学学报, 1990, 22(3): 328—336. LI Wen-xiu. Fuzzy mathematic method in rock mechanics[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 1990, 22(3): 328—336.
- [6] 潘家铮. 建筑物的抗滑稳定和滑坡分析[M]. 北京: 水利出版社, 1980.